

Untersuchungen über die statistischen Schwankungen der infraroten Strahlung einer Hochdruck-Hochstrom-Argonentladung

Teil I. Spontane Strahlungsschwankungen eines nicht-schwarzen Strahlers und ihre Messung mit einer In-Sb-Photodiode

W. GUBLER und M. J. O. STRUTT

Mitteilung aus dem Institut für höhere Elektrotechnik der Eidgenössischen Technischen Hochschule in Zürich

(Z. Naturforsch. **20 a**, 1011–1018 [1965]; eingegangen am 10. Mai 1965)

By the BOSE-EINSTEIN statistics, the equations describing the spontaneous fluctuations of photon radiation are given. These equations are applied to the thermal photon radiation of a non homogeneous plasma. The fluctuations may be described by a degeneration factor μ which is calculated in general terms here and especially for an argon plasma in Part II. By using a highly sensitive photodetector which transforms radiation fluctuations into current fluctuations at its output, the degeneration factor μ can be determined. The properties of a cooled InSb-photodiode are then investigated. It is shown that this detector is useful for measuring photon noise at about 5μ wavelength of an argon plasma. The actual measurements are given in Part II.

1. Spontane Strahlungsschwankungen eines homogenen, nicht-schwarzen Strahlers

Man betrachte einen materiefreien Strahlungshohlraum vom Volumen V . Die Anzahl Photonen, welche eine Energie zwischen $h\nu$ und $h(\nu + d\nu)$ haben, ist zeitlich nicht konstant und betrage $n_\nu d\nu$ (ν = Strahlungsfrequenz, h = PLANCKSche Konstante $6,62 \cdot 10^{-34}$ Ws²). Der statistische Mittelwert ist $\bar{n}_\nu d\nu$. Nach der BOSE-EINSTEIN-Statistik beträgt dann die mittlere quadratische Abweichung¹⁻⁴

$$\overline{\Delta n_\nu^2} = \overline{(n_\nu - \bar{n}_\nu)^2} = \bar{n}_\nu (1 + \bar{n}_\nu/N), \quad (1)$$

$$\text{mit } N d\nu = (8\pi\nu^2 V/c^3) d\nu. \quad (2)$$

$N d\nu$ ist die Anzahl der von Photonen zu besetzenden Zellen. c ist die Lichtgeschwindigkeit ($3,0 \cdot 10^8$ m s⁻¹). Der 2. Term in (1) drückt die Abhängigkeit der Photonen gleicher Energie untereinander aus (Interferenzschwankungen).

Für ein diesen Hohlraum verlassendes Strahlenbündel gilt dieselbe Statistik^{5, 6, 6a}, so daß

$$\overline{\Delta n_{\nu,e}^2} = \bar{n}_{\nu,e} (1 + \bar{n}_\nu/N) \quad (1a)$$

ist, mit $\bar{n}_{\nu,e}$ als dem Mittelwert der Anzahl der von der Flächeneinheit in die Einheit des Raumwinkels

¹ H. A. LORENTZ, *Les théories statistiques en thermodynamique* (Vorträge gehalten 1912). Verlag Teubner, Leipzig 1916.

² R. FÜRTH, *Z. Phys.* **48**, 323 [1928].

³ R. FÜRTH, *Z. Phys.* **50**, 310 [1928].

⁴ C. KITTEL, *Elementary Statistical Physics*, John Wiley, New York 1961.

emittierten Photonen der Energie $h\nu$ pro Zeit- und Frequenzbereich-Einheit. Zwischen \bar{n}_ν und $\bar{n}_{\nu,e}$ gilt die für isotrope Strahlung bekannte Beziehung

$$\bar{n}_{\nu,e} = \bar{n}_\nu c / (4\pi V). \quad (3)$$

Die spektrale Strahlungsdichte \bar{p}_ν , d. h. die mittlere abgestrahlte Energie pro Zeit-, Flächen-, Frequenzbereich- und Raumwinkeleinheit beträgt dann

$$\bar{p}_\nu = h\nu \bar{n}_{\nu,e}, \quad (4)$$

und das Schwankungsleistungsquadrat

$$\overline{\Delta p_\nu^2} = (h\nu)^2 \overline{\Delta n_{\nu,e}^2}. \quad (5)$$

Auf ein homogenes, strahlendes Gas, das sich im thermischen Gleichgewicht befindet, lässt sich nun das KIRCHHOFFSche Strahlungsgesetz

$$\varepsilon_\nu = \varkappa' B_\nu \quad (6)$$

anwenden. ε_ν ist der Emissionskoeffizient, d. h. die von der Volumeneinheit in die Einheit des Raumwinkels beliebiger Richtung abgestrahlte Energie pro Zeit- und Frequenzbereich-Einheit, \varkappa' ist der effektive Absorptionskoeffizient und

$$B_\nu(\nu, T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{\exp x - 1}, \quad (7)$$

$$x = h\nu / (kT)$$

⁵ W. B. LEWIS, *Proc. Phys. Soc., Lond.* **59**, 34 [1947].

⁶ W. GUBLER, *Messungen der spontanen Schwankungen der infraroten Strahlung einer Hochdruck-Hochstrom-Argonentladung*, Diss. E.T.H. Nr. 3678, Zürich 1965.

^{6a} M. HARWITT, *Phys. Rev.* **120**, 1551 [1960].



Dieses Werk wurde im Jahr 2013 vom Verlag Zeitschrift für Naturforschung in Zusammenarbeit mit der Max-Planck-Gesellschaft zur Förderung der Wissenschaften e.V. digitalisiert und unter folgender Lizenz veröffentlicht: Creative Commons Namensnennung-Keine Bearbeitung 3.0 Deutschland Lizenz.

Zum 01.01.2015 ist eine Anpassung der Lizenzbedingungen (Entfall der Creative Commons Lizenzbedingung „Keine Bearbeitung“) beabsichtigt, um eine Nachnutzung auch im Rahmen zukünftiger wissenschaftlicher Nutzungsformen zu ermöglichen.

This work has been digitized and published in 2013 by Verlag Zeitschrift für Naturforschung in cooperation with the Max Planck Society for the Advancement of Science under a Creative Commons Attribution-NoDerivs 3.0 Germany License.

On 01.01.2015 it is planned to change the License Conditions (the removal of the Creative Commons License condition "no derivative works"). This is to allow reuse in the area of future scientific usage.

die bekannte PLANCK-Funktion. Hierin ist k die BOLTZMANNSCHE Konstante ($1,38 \cdot 10^{-23} \text{Ws}^{\circ}\text{K}^{-1}$) und T die absolute Temperatur. Unter Berücksichtigung der erzwungenen Emission läßt sich κ'_v aus dem Absorptionskoeffizienten κ_v bestimmen:

$$\kappa'_v = \kappa_v [1 - \exp(-x)]. \quad (8)$$

Hat das als homogen betrachtete Gas die Ausdehnung l , so ist

$$p_v = B_v [1 - \exp(-\kappa'_v l)] = B_v A_v, \quad (9)$$

A_v ist der Absorptionsgrad. Alle betrachteten Strahlungsgrößen gelten bei der Frequenz v , was durch den Index angedeutet wird.

Für die Strahlungsschwankungen um den Mittelwert \bar{p}_v erhält man schließlich für das nicht schwarz strahlende Gas der einheitlichen Temperatur T

$$\overline{\Delta p_v^2} = h v \bar{p}_v [1 + A_v / (\exp x - 1)] = h v \bar{p}_v \mu \quad (5 \text{ a})$$

mit $\mu = 1 + A_v / (\exp x - 1)$. (10)

$A_v / (\exp x - 1)$ charakterisiert hier analog zu (1) wiederum die Entartung des Photonengases, so daß μ als Schwankungs- oder Entartungsfaktor der Strahlung bezeichnet werden kann. Ist

$$\mu_s = \exp x / (\exp x - 1) \quad (10 \text{ a})$$

der Schwankungsfaktor der schwarzen Strahlung ($\kappa_v l, \kappa'_v l \rightarrow \infty; A_v \rightarrow 1$) für die Frequenz v und Temperatur T , so wird

$$\mu = 1 + A_v (\mu_s - 1) \quad (10 \text{ b})$$

für die Strahlung beliebiger Zusammensetzung.

Im folgenden sollen nun noch zwei Spezialfälle unterschieden werden:

a) Ist $x = h v / (k T) \ll 1$, so reduziert sich das PLANCKSCHE Strahlungsgesetz zum Gesetz von RAYLEIGH-JEANS,

$$B_v \approx \frac{2 h v^3}{c^2} \frac{1}{x} \sim \lambda T, \quad (7 \text{ a})$$

$\lambda = c/v$ = Wellenlänge der Strahlung. Aus Gl. (10 a) wird dann

$$\mu_s \approx \frac{1}{x} = \frac{k}{h c} \lambda T. \quad (10 \text{ c})$$

μ_s kann also nach der BOSE-Statistik für hohe Temperaturen und im Bereich großer Wellenlängen viel größer werden, als dies nach der klassischen Statistik der Fall wäre.

b) Ist andererseits $x \gg 1$, so gelangt man zum WIENSchen Strahlungsgesetz

$$B_v \approx \frac{2 h v^3}{c^2} \cdot \frac{1}{\exp x}. \quad (7 \text{ b})$$

Gleichzeitig wird $\mu_s \approx 1$, (10 d)

was gleichbedeutend ist mit der Aussage, daß für diesen Fall die BOSE-Statistik in die BOLTZMANN-Statistik übergeht.

2. Schwankungen eines inhomogenen, nicht-schwarzen Strahlers

Besteht nun die Strahlungsquelle aus verschiedenen, strahlenden Gasschichten, so läßt sich der Schwankungsfaktor dieser Kombination bestimmen. Diese hintereinander liegenden, in sich homogenen Schichten haben verschiedene Temperatur, verschiedene Emissions- und Absorptionskoeffizienten usw. bei der Frequenz v . Jede der n Schichten in Abb. 1 befindet sich im thermischen Gleichgewicht.

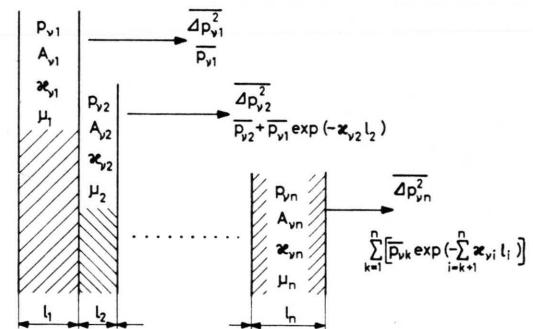


Abb. 1. Von strahlenden Schichten emittierte Leistungen und deren Schwankungssquare.

Die verschiedenen Schichten sind strahlungsmäßig unabhängig voneinander, ihre Leistungsschwankungssquare können unter Berücksichtigung der Absorption direkt addiert werden. Für $\overline{\Delta p_{v,1}^2}$ erhält man, immer auf den Spektralbereich zwischen v und $v + dv$ bezogen,

$$\begin{aligned} \overline{\Delta p_{v,1}^2} &= h v \bar{p}_{v,1} \mu_1 \\ &= h v \bar{p}_{v,1} [1 + A_{v,1} (\mu_s - 1)]. \end{aligned} \quad (5 \text{ b})$$

Und für $\overline{\Delta p_{v,2}^2}$:

$$\begin{aligned} \overline{\Delta p_{v,2}^2} &= h v \bar{p}_{v,2} \mu_2 + h v \bar{p}_{v,1} \exp(-\kappa_{v,2} l_2) \\ &\quad \cdot [1 + \exp(-\kappa_{v,2} l_2) \cdot (\mu_1 - 1)] \end{aligned} \quad (5 \text{ c})$$

usw. Das Schwankungssquare nach n Schichten beträgt dann:

$$\overline{\overline{p_{\nu,n}^2}} = h\nu \left\{ \sum_{k=1}^n \bar{p}_{\nu,k} \left[1 + (\mu_k - 1) \exp \left(- \sum_{i=k+1}^n l_i \chi_{\nu,i} \right) \right] \exp \left(\sum_{i=k+1}^n l_i \chi_{\nu,i} \right) \right\} \quad (11)$$

mit $\bar{p}_{\nu,k} = \overline{\bar{B}_{\nu,k} A_{\nu,k}}$
 $= \bar{B}_{\nu,k} [1 - \exp(-\chi'_{\nu,k} l_k)] \quad (12)$

und $\mu_k = 1 + A_{\nu,k} (\mu_s, k - 1) \quad (12a)$

Die Summe aller Mittelwerte der Strahlungsleistungen mit Berücksichtigung der Absorption beträgt:

$$\sum_{k=1}^n \left[\bar{p}_{\nu,k} \exp \left(- \sum_{i=k+1}^n \chi_{\nu,i} l_i \right) \right].$$

Die Definitionsgleichung des resultierenden Schwankungsfaktors μ'_n des betrachteten Systems lautet:

$$\overline{\overline{p_{\nu,n}^2}} = h\nu \mu'_n \sum_{k=1}^n \left[\bar{p}_{\nu,k} \exp \left(- \sum_{i=k+1}^n \chi_{\nu,i} l_i \right) \right], \quad (13)$$

womit sich schließlich μ'_n berechnen lässt zu

$$\mu'_n = 1 + \frac{\sum_{k=1}^n \left[\bar{p}_{\nu,k} (\mu_k - 1) \exp \left(-2 \sum_{i=k+1}^n \chi_{\nu,i} l_i \right) \right]}{\sum_{k=1}^n \left[\bar{p}_{\nu,k} \exp \left(- \sum_{i=k+1}^n \chi_{\nu,i} l_i \right) \right]}. \quad (14)$$

3. Umsetzung der auf den Strahlungsempfänger fallenden Schwankungen in Stromschwankungen am Ausgang

Es wird nun vorerst angenommen, daß die gesamte Strahlungsleistung p_{ν} , welche auf die Oberfläche eines Detektors auftrifft, von diesem vollständig absorbiert wird. Jedes Photon überträgt dann während einer gewissen Absorptionszeit seine Energie $h\nu$ auf den Detektor. Die gesamte absorbierte Energie während einer gewissen Zeit entspricht dann der Überlagerung aller dieser Einzelimpulse. Die FOURIER-Analyse dieses Vorganges ergibt ein weißes Spektrum für das Leistungsschwankungsquadrat, nämlich

$$\overline{\overline{p_f^2}} = 2h\nu \bar{p}_{\nu} \Delta f, \quad (15)$$

wenn f ($\ll \nu$) die Modulationsfrequenz ist. Die Berechnung von $\overline{\overline{p_f^2}}$ erfolgt in analoger Weise wie die Berechnung des Rauschstromes in einer gesättigten Hochvakuumdiode nach SCHOTTKY⁷⁻¹⁰.

Der hier betrachtete Photonenempfänger soll nun als Ausgangssignal einen Strom abgeben, der proportional der einfallenden Strahlungsleistung sein soll. Da der Empfänger als ideal betrachtet wird, entspricht jedem einfallenden Photon ein Elektron als Beitrag zum Strom, d. h. die Quantenausbeute ist 1 für Photonen der Energie $h\nu$. Der Gleichstrom $I_{p,\nu}$ beträgt dann

$$I_{p,\nu} = \bar{p}_{\nu} \frac{e}{h\nu} d\Omega dA_s d\nu \quad (16)$$

(e = Elektronenladung = $1,6 \cdot 10^{-19}$ As), wenn der Detektor von der Strahlungsquelle (Fläche dA_s) unter einem Raumwinkel $d\Omega$ gesehen wird.

Für das mittlere Rauschstromquadrat kann deshalb geschrieben werden

$$\overline{\overline{p_f^2}} = \overline{\overline{p_f^2}} \left(\frac{e}{h\nu} \right)^2 d\Omega dA_s d\nu. \quad (17)$$

Die Gln. (15), (16) und (17) ergeben schließlich

$$\overline{\overline{p_f^2}} = 2e I_{p,\nu} \Delta f. \quad (18)$$

Dies ist die erwähnte, von SCHOTTKY hergeleitete Schrottrauschformel, gültig für die gesättigte Hochvakuumdiode, wonach die Elektronenemission aus der Kathode der POISSON-Verteilung gehorcht. Für das Schwankungsquadrat der Anzahl der Elektronen gilt die Gleichung $\overline{\overline{\Delta n_e^2}} = \overline{n_e}$. Ist jedoch für den Photonenstrahl $\overline{\overline{\Delta n_{\nu,e}^2}} = \overline{n_{\nu,e}} \mu$ [nach Gl. (1a)], so müssen demnach die Gln. (15) und (18) lauten^{11, 12}

$$\overline{\overline{p_f^2}} = 2h\nu \bar{p}_{\nu} \mu \Delta f, \quad (15a)$$

$$\overline{\overline{p_f^2}} = 2e I_{p,\nu} \mu \Delta f. \quad (18a)$$

Dabei ist zu beachten, daß auch Gl. (18) nur bis zu Frequenzen gilt, deren Periodendauer groß gegenüber der Elektronenlaufzeit in der Diode ist. Für größere Frequenzen müßte der Schrottrauschstrom mit einer frequenzabhängigen Schwächungsfunktion multipliziert werden⁸.

Praktisch ist es jedoch nicht möglich, den oben vorausgesetzten idealen Empfänger zu realisieren. Es wird stets nur ein Teil α_{ν} (= Quantenausbeute) der Photonen absorbiert, der Rest wird reflektiert

⁷ W. SCHOTTKY, Ann. Phys. **68**, 157 [1922].
⁸ H. ROTHE u. W. KLEEN, Elektronenröhren als Anfangsstufen-Verstärker, Akademische Verlagsgesellschaft, Leipzig 1948.

⁹ M. J. O. STRUTT, Elektronenröhren, Verlag Springer, Berlin 1957.

¹⁰ G. A. SPESCHA u. M. J. O. STRUTT, Helv. Phys. Acta **33**, 53 [1960].

¹¹ R. C. JONES, Performance of Detectors for Visible and Infrared Radiation. Advanc. Electron. Vol. 5, p. 2-96, Academic Press Inc., New York 1953.

¹² R. C. JONES, Proc. IRE **47**, 1481 [1959].

und geht für die Ladungsträgererzeugung verloren. Das adsorbierte Schwankungsquadrat der Leistung wird damit

$$\overline{(p_{f,a})^2} = \alpha_\nu^2 \overline{p_f^2} = 2 h \nu \alpha_\nu^2 \bar{p}_\nu \mu \Delta f, \quad (19)$$

falls α_ν als konstant betrachtet werden kann. α_ν ist jedoch ebenfalls eine statistisch sich ändernde Größe; es werden nicht in jedem Zeitpunkt gleichviel Photonen absorbiert. Die Aufteilung auf die beiden Möglichkeiten, Absorption und Reflexion, geschieht nach dem Gesetz der Binomialverteilung und als Resultat folgt ein von (19) unabhängiger Schwankungsterm von der Form^{12a, 13-15}

$$\overline{(p_{f,a})^2} = 2 h \nu \bar{p}_\nu \alpha_\nu (1 - \alpha_\nu) \Delta f. \quad (20)$$

Die Summe von (19) und (20) ergibt

$$\overline{(p_{f,a})^2} = 2 h \nu \bar{p}_\nu \alpha_\nu [1 + \alpha_\nu (\mu - 1)] \Delta f. \quad (21)$$

Mit $I_{p,\nu} = \bar{p}_\nu \alpha_\nu \frac{e}{h \nu} d\Omega dA_s d\nu$,¹⁶ (16 a)

$$\overline{i_\nu^2} = \overline{(p_{f,a})^2} \left(\frac{e}{h \nu} \right)^2 d\Omega dA_s d\nu, \quad (17 a)$$

wird $\overline{i_\nu^2} = 2 e I_{p,\nu} [1 + \alpha_\nu (\mu - 1)] \Delta f$ (22)
 $= 2 e I_{p,\nu} \gamma \Delta f.$

γ kann als Schwankungsfaktor des Empfängerstromes bezeichnet werden und gibt an, wieviel mal größer als der Schrottrauschstrom der Rauschstrom infolge der Entartung des Photonengases ist. Er ist mit den Strahlungsschwankungen durch die Beziehung

$$\gamma = 1 + \alpha_\nu (\mu - 1) \quad (23)$$

verknüpft. μ und γ sind ebenfalls von ν abhängig.

Sind n Filter oder Spiegel mit den Transmissions- bzw. Reflexionskoeffizienten $\eta_{\nu,k}$ im Strahlengang, so muß auch hier die Verteilungsstatistik berücksichtigt werden, so daß man für γ erhält:

$$\gamma = 1 + \alpha_\nu (\mu - 1) \prod_{k=1}^n \eta_{\nu,k}. \quad (23 a)$$

4. Eigenschaften des benutzten Strahlungsdetektors

Will man von einer Strahlungsquelle, welche sich im thermischen Gleichgewicht befindet und hohe

^{12a} A. VAN DER ZIEL, Noise, Prentice-Hall, New York 1954, S. 112.

¹³ W. SCHOTTKY, Ann. Phys. **32**, 195 [1938].

¹⁴ H. PFEIFER, Elektronisches Rauschen, Teil I, Verlag Teubner, Leipzig 1959.

Temperatur und großen Absorptionsgrad aufweist, experimentell die spontanen Photonenschwankungen bestimmen, so müssen zusammenfassend an den Detektor folgende Bedingungen gestellt werden:

a) Der Spektralbereich der höchsten Empfindlichkeit (größter Quantenwirkungsgrad) soll bei großen Wellenlängen der Strahlung liegen.

b) Der Quantenwirkungsgrad α_ν soll bei diesen Wellenlängen möglichst nahe 1 sein, so daß $\gamma \approx \mu$.

c) Zwischen Eingangs- und Ausgangsgröße soll ein linearer Zusammenhang bestehen.

d) Ein Strahlungswechselseignal konstanter Amplitude und variabler Frequenz f soll trägeheitslos auf den Empfängerausgang übertragen werden.

e) Bekommt der Empfänger Strahlung, für die $\mu = 1$ ist, so soll das Empfängerauschen durch die Schrottrauschformel (22) für $\gamma = 1$ beschrieben werden können.

Durch die fortschreitende Entwicklung der Infrarotstrahlungsempfänger in den letzten Jahren wurde es möglich, einen Detektortyp zu finden, welcher weitgehend den obigen Forderungen entspricht. Es ist dies eine InSb-Photodiode Typ M-2034 mit der Klemmengleichspannung Null betrieben, hergestellt von der Firma Texas Instruments, Inc. Dallas. Für maximale Empfindlichkeit muß die Diode mit flüssigem Stickstoff (77 °K) gekühlt werden.

Nach SHOCKLEY lautet die Gleichung der Gleichstromkennlinie^{16, 17}

$$I = - (I_0 + I_p) + I_s \left[\exp \left(\frac{e U_k}{\beta k T} \right) - 1 \right] + G_s U_k. \quad (24)$$

I_0 ist der Dunkelstrom bei Kurzschluß, verursacht durch die 300 °K-Strahlung der Umgebung, I_p der durch die zusätzliche Strahlung hervorgerufene Photostrom, wenn der Detektor die konstante Temperatur von 77 °K aufweist. I_s ist der Diodensättigungsstrom und G_s der Ableit-Leitwert. Der Faktor β ist 1 für eine ideale Diode. Für die gekühlte InSb-Diode wurden Werte größer als 1 festgestellt. Der Gesamtleitwert ergibt nach obiger Gleichung zu

$$G_p = \frac{\partial I}{\partial U_k} = \frac{e I_s}{\beta k T} \exp \left(\frac{e U_k}{\beta k T} \right) + G_s \quad (25)$$

$$= G_d + G_s$$

¹⁵ M. J. O. STRUTT, Arch. elektr. Übertr. **16**, 158 [1962].

¹⁶ G. R. PRUETT u. R. L. PETRITZ, Proc. IRE **47**, 1524 [1959].

¹⁷ W. GUGGENBÜHL, M. J. O. STRUTT u. W. WUNDERLIN, Halbleiterbauelemente, Bd. I, Verlag Birkhäuser, Basel 1962.

und ist gleich der Summe von G_s und dem differentiellen Leitwert. Bei größeren Strahlungswechselfrequenzen macht sich noch der Leitwertanteil der Difusions- und Sperrscheitkapazität bemerkbar.

Wird die Photodiode als Element betrieben, d. h. mit Spannung $U_k = 0$, so beträgt der Gesamtwiderstand $R_p = 1/G_p$ für diesen Betriebszustand entsprechend Gl. (25) :

$$\frac{1}{R_{p0}} = G_{p0} = \frac{e I_s}{\beta k T} + G_s = G_{d0} + G_s. \quad (26)$$

Für kleine Strahlungssignale $\Delta p_v \sim \Delta I_p$ lässt sich ein elektrisches Ersatzschaltbild nach Abb. 2 aufstellen. Die Elemente R_d und R_s sind im allgemeinen Funktionen von I_p . Der Zuleitungswiderstand in der Größe von wenigen Ω kann zur Belastung gerechnet werden.

Bei der zur Verfügung stehenden Photodiode wurde für $R_{p0} = 1,2 \text{ k}\Omega$ gemessen (mit $U_k = 0$); R_{p0} war praktisch unabhängig von I_p . Somit ist die Diodenkapazität von wenigen pF ohne Einfluß im hier verwendeten Frequenzbereich.

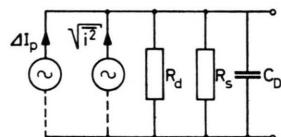


Abb. 2. Signal- und Rausch-ersatzschaltbild der p-n-Photodiode.

4.1. Linearität Strahlungsleistung – Photostrom

Die lineare Beziehung zwischen $I_{p,v}$ und \bar{p}_v , wie sie in (16 a) vorausgesetzt wird, wurde mit dem quadratischen Abstandsgesetz

$$I_{p,v} \sim \bar{p}_v \sim 1/d^2$$

(d = Abstand Strahler – Detektor) überprüft.

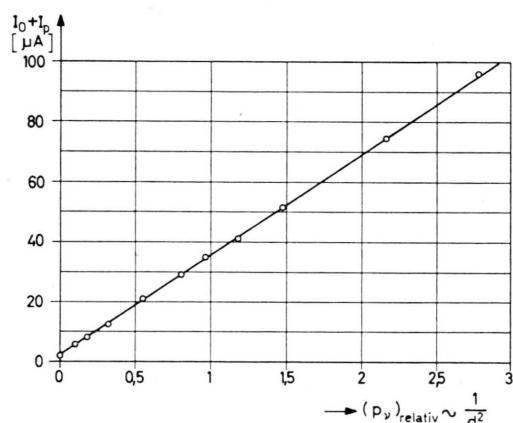


Abb. 3. Proportionalität Photostrom – Strahlungsleistung.

4.2. Frequenzabhängigkeit des Signalstromes

Durch Laufzeiteffekte der Ladungsträger kann bei großen Strahlungswechselfrequenzen f der Signalstrom ΔI_p abnehmen^{18, 19}. Zur Messung dieses Effektes kann die Anordnung nach Abb. 4 benutzt werden.

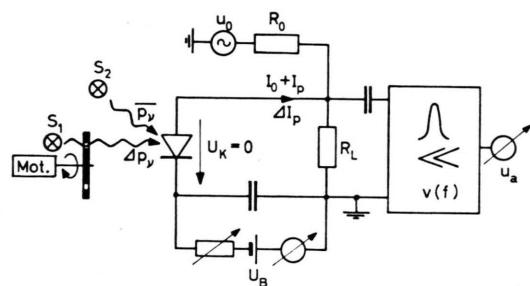


Abb. 4. Schaltung zur Aufnahme der Frequenzcharakteristik des Photostromes.

Die Strahlung der Quelle S_1 wird durch eine rotierende, am Umfang geschlitzte Scheibe periodisch unterbrochen und erzeugt im Empfänger einen Wechselstrom. R_L wurde sehr klein gewählt (ca. 100Ω), die Diode wechselstrommäßig praktisch kurzgeschlossen. Der Verstärker $v(f)$ enthält eine Reihe von schmalbandigen Filtern, so daß mit u_a die Grundharmonische des Signals gemessen werden kann. Die Drehzahl der Lochscheibe kann genau auf die jeweilige Filtermittelfrequenz abgestimmt werden. u_a wird gemessen für $u_0 = 0$, wobei $R_0 \gg R_L$, während die Verstärkung $v(f)$ mit der Einspeisung u_0 (für $\Delta p_v = 0$) bestimmt werden kann. Für verschiedene Gleichströme I_p , hervorgerufen durch \bar{p}_v der Strahlungsquelle S_2 , sind Meßreihen aufgenommen worden für Frequenzen bis 100 kHz (Punkte in Abb. 5). Alle Meßwerte sind auf die Stromamplitude bei der Filterfrequenz $3,84 \text{ kHz}$ bezogen worden. Die Streuung beträgt max. $\pm 2\%$, verursacht durch die Meßgenauigkeit. Bei der höchsten Filterfrequenz wurde zur Messung die Oberwelle benutzt.

In der Literatur über Photodetektoren wird die Frequenzabhängigkeit durch eine (eventuell mehrere) Zeitkonstante τ angegeben, entsprechend der Formel^{20, 21}:

$$R(f) = R_{\max} / \sqrt{1 + (2 \pi f \tau)^2}, \quad (27)$$

¹⁸ D. E. SAWYER u. R. H. REDIKER, Proc. IRE 46, 1122 [1958].

¹⁹ R. WIESNER, Der p-n-Photoeffekt, in W. SCHOTTKY, Halbleiterprobleme, Bd. 3, 59, Verlag Vieweg, Braunschweig 1956.

²⁰ R. C. JONES, Proc. IRE 47, 1495 [1959].

²¹ P. W. KRUSE, L. D. McGAUGHLIN u. R. B. McQUISTAN, Elements of Infrared Technology, John Wiley, New York 1961.

R (= responsivity) in Volt oder Amp. pro Watt Strahlungsleistung, f = Modulationsfrequenz.

Für den InSb-Photodetektor wird im Datenblatt $\tau < 1 \mu\text{s}$ bei der Temperatur 77°K angegeben. $R(f)/R_{\max}$ für $\tau = 1 \mu\text{s}$ ist zum Vergleich in Abb. 5 eingezeichnet. Der hier verwendete Empfänger ist somit geeignet, Strahlungswechselsignale mindestens bis 100 kHz trägeheitslos wiederzugeben.

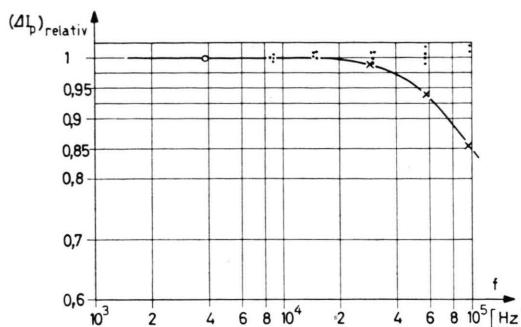


Abb. 5. Frequenzgang der gekühlten InSb-Photodiode ($U_k = 0$), • Meßwerte, × berechnet für $\tau = 1 \mu\text{s}$.

4.3. Spektrale Abhängigkeit der Quantenausbeute

Die Umsetzung Strahlungsleistung – Diodenstrom geschieht mit der Quantenausbeute α_ν nach der Bestimmungsgleichung (16 a)

$$\Delta I_{p,\nu} = A \bar{p}_\nu \alpha_\nu \frac{e}{h \nu} d\Omega dA_s d\nu.$$

Die absolute Größe von α_ν ist nach Gl. (23) entscheidend für die Messung des Strahlungsschwankungsfaktors μ bzw. μ_n' . Die Meßanordnung für die absolute Bestimmung von α_ν bzw. α_λ ist dieselbe wie in Abb. 4. S_1 ist ein geeichter Schwarzstrahler Modell 11-200 der Firma Barnes Engineering Comp., Stanford, U.S.A. Seine Temperatur ist stetig regelbar von 200°C bis 1000°C mit einer maximalen Abweichung von $\pm 5^\circ\text{C}$, die Emission $98 - 100\%$ der Strahlung nach PLANCK.

Die Mindestenergie, die ein Photon zur Erzeugung eines Elektron-Loch-Paares haben muß, beträgt für InSb bei 77°K

$$\Delta W_i = 0,23 \text{ eV.}$$

Für die Energie eines zum Photoeffekt beitragenden Lichtquants gilt somit die Bedingung

$$\Delta W_i \leq h c / \lambda,$$

womit sich die obere Grenze der Wellenlänge für die Empfindlichkeit zu $\lambda = 5,4 \mu\text{m}$ bestimmen läßt.

Es wurden nun nacheinander verschiedene schmalbandige Interferenzfilter mit den mittleren Wellenlängen $\lambda_0 = 3,25; 4,43; 5,06; 5,54 \mu\text{m}$ mit den Transmissionskurven η_F nach Abb. 6 in den Strahlengang gebracht. Der Mittelwert der Quantenausbeute bei der Wellenlänge λ_0 eines solchen Filters beträgt

$$\bar{\alpha}_{\lambda 0} = \left(\frac{h c}{e \lambda_0} \right) \frac{(\Delta I_p)_{\text{eff}}}{P_{\text{eff}}}. \quad (28)$$

Der Effektivwert der Grundwelle der auf den Detektor fallenden Strahlungsleistung mit der Signalfrequenz f ist

$$P_{\text{eff}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{4}{\pi} \frac{1}{a} \sin \frac{a}{2} \right) \int \int \int_{\lambda \Omega A_s} p_\lambda \eta_F \eta_S d\lambda d\Omega dA_s. \quad (29)$$

Dabei ist a ein von der Anordnung Strahler – Unterbrecherscheibe – Empfänger abhängiger Faktor [$a/(2\pi f)$ ist die Anstiegs- und Abfallzeit der trapezförmigen Strahlungsimpulse]; A_s die Strahlerfläche; Ω der Raumwinkel, unter welchem der Detektor vom Strahler aus gesehen wird; η_S der Reflexionskoeffizient eines zur Strahlumlenkung benützten Al-Oberflächenplanspiegels (im Wellenlängenbereich der Diodenempfindlichkeit ist η_S ungefähr konstant und wurde zu $0,97 \pm 0,01$ gemessen); p_λ die spektrale Strahlungsdichte nach PLANCK.

Für die Messungen war stets $A_s, A_D \ll d^2$ (d = Abstand Strahler – Empfänger, A_D = Detektorfläche = $0,102 \text{ mm}^2$). $\bar{\alpha}_{\lambda 0}$ wird dann

$$\bar{\alpha}_{\lambda 0} = \frac{(\Delta I_p)_{\text{eff}} \left(\frac{\pi}{4\sqrt{2} e c} \right) \left(\frac{a d^2}{A_s A_D \sin(a/2)} \right)}{\int_0^\infty \frac{\eta_F \eta_S}{\lambda^4 (\exp[h c / (\lambda k T)] - 1)} d\lambda}. \quad (28 \text{ a})$$

Die Meßpunkte dieser Absolutmessungen sind in Abb. 6 eingetragen. Andererseits wurde die Quantenausbeute auch relativ gemessen, indem die von einem Infrarotstrahler einfallende, nicht modulierte Strahlungsleistung mit einer Thermosäule gemessen wurde. Diese Werte, normiert auf denjenigen bei der Wellenlänge $\lambda_0 = 5,06 \text{ mm}$, sind ebenfalls in Abb. 6 angegeben.

Eine für die Empfindlichkeitsangabe eines Photodetektors gebräuchliche Größe ist das “detectivity” D^* , definiert als²²

$$D^* = (\sqrt{A_D \Delta f} / P_{\text{eff}}) (S/N) \text{ cm W}^{-1} \text{ Hz}^{1/2}, \quad (30)$$

S/N ist das Signal-zu-Rausch-Verhältnis.

²² R. F. POTTER, J. M. PERNETT u. A. B. NAUGLE, Proc. IRE 47, 1503 [1959].

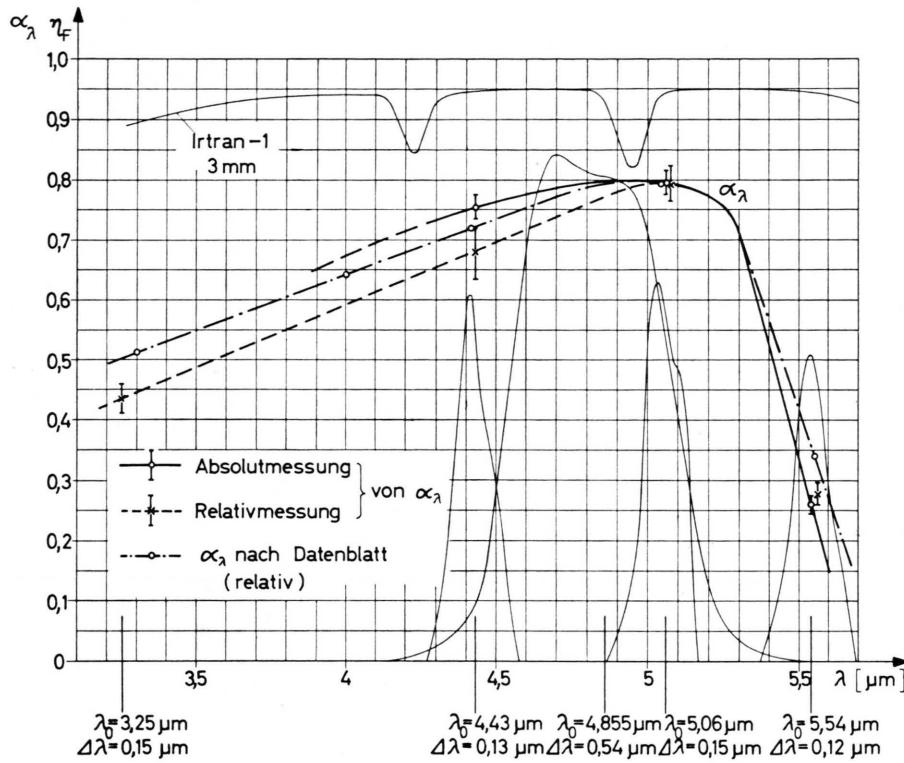


Abb. 6. Quantenwirkungsgrad α_λ der InSb-Photodiode der Temperatur $77\text{ }^\circ\text{K}$, sowie Durchlaßkurven η_F der für die Messungen benützten Filter.

Mit P_{eff} als der Gesamtstrahlung des schwarzen Körpers mit der Temperatur $T = 500\text{ }^\circ\text{K}$ wurde gemessen:

$$D^*(500\text{ }^\circ\text{K}, f = 236\text{ Hz}, \Delta f = 1\text{ Hz}) = (16,8 \pm 0,3) \cdot 10^9 \text{ cm W}^{-1} \text{ Hz}^{1/2}.$$

4.4. Rauschverhalten der gekühlten ($77\text{ }^\circ\text{K}$) InSb-Photodiode

Für eine Photodiode mit unendlichem Ableitwiderstand gilt die Strom-Spannungs-Charakteristik [Gl. (24)]:

$$I = -(I_0 + I_p) + I_s \exp\left(\frac{e U_k}{\beta k T}\right) - I_s. \quad (24\text{ a})$$

Diese drei Teilströme haben verschiedene Entstehungsursache, so daß für jeden die Gleichung von SCHOTTKY für eine im Sättigungsbereich der Kennlinie arbeitende Hochvakuumdiode angewandt werden kann. Das Rauschstromquadrat lautet somit^{22a}:

$$\overline{i_n^2} = 2e(I_0 + I_p)\Delta f + 2eI_s \left[\exp\left(\frac{e U_k}{\beta k T}\right) + 1 \right] \Delta f. \quad (31)$$

^{22a} W. GUGGENBÜHL u. M. J. O. STRUTT, Arch. elektr. Übertr. **9**, 103 [1955].

Tritt in der Sperrsicht Träger-Rekombination und -Generation auf²³, so geht Gl. (31) über in

$$\overline{i_n^2} = 2e(I_0 + I_p)\Delta f + 2e \frac{I_s}{\beta} \left[\exp\left(\frac{e U_k}{\beta k T}\right) + 1 \right] \Delta f, \quad (31\text{ a})$$

oder mit $U_k = 0$, als den hier besonders interessierenden Fall:

$$\overline{i_n^2} = 2e(I_0 + I_p)\Delta f + 4kT G_{d0} \Delta f. \quad (31\text{ b})$$

Berücksichtigt man schließlich noch das thermische Rauschen eines endlichen Ableitwiderstandes $R_s = 1/G_s$, so wird das gesamte frequenzunabhängige Rauschen (Bereich des weißen Spektrums) der Photodiode beschrieben durch die Beziehung

$$\overline{i_w^2} = 2e(I_0 + I_p)\Delta f + 2e \frac{I_s}{\beta} \left[\exp\left(\frac{e U_k}{\beta k T}\right) + 1 \right] \Delta f + 4kT G_s \Delta f. \quad (31\text{ c})$$

Hinzu kommt ein von der Frequenz f abhängiger, hauptsächlich durch den Ableitstrom verursachter Rauschanteil^{16, 24} von der Größe

²³ B. SCHNEIDER u. M. J. O. STRUTT, Arch. elektr. Übertr. **12**, 429 [1958].

²⁴ B. R. PAGEL u. R. L. PETRITZ, J. Appl. Phys. **32**, 1901 [1961].

$$\overline{i_f^2} = \frac{1}{f} [k_1 G_s^2 U_k^2 + k_2 (I - G_s U_k)^2 + k_3 I^2] \Delta f. \quad (32)$$

Die Konstanten k_1 , k_2 und k_3 sind empirisch zu bestimmen. Das totale Rauschstromquadrat beträgt dann

$$\overline{i^2} = \overline{i_w^2} + \overline{i_f^2}. \quad (33)$$

Das elektrische Rauschersatzschaltbild ist zusammen mit dem Signalerersatzschaltbild in Abb. 2 dargestellt. Insbesondere wird aus Gl. (31 c) für $U_k = 0$

$$\frac{\overline{i_w^2}}{\Delta f} = 2e(I_0 + I_p) + 2e \frac{2I_s}{\beta} + 4kT G_s, \quad (31d)$$

oder unter Benützung von (26) :

$$\frac{\overline{i_w^2}}{\Delta f} = 2e(I_0 + I_p) + 4kT (G_{d0} + G_s) \quad (31e)$$

$$= 2e(I_0 + I_p) + 4kT/R_{p0}$$

$$= 2e(I_0 + I_p) + \overline{i_{th}^2}/\Delta f,$$

$$R_{p0} = 1,2 \text{ k}\Omega, \quad T = 77 \text{ }^\circ\text{K}.$$

Die für die Messungen (Abb. 7, 8, 9) benutzte Rauschmeßanlage²⁵ besteht im wesentlichen aus einem rauscharmen Vorverstärker mit einem Nuvistor als Eingangsstufe, einem Transistorhauptverstärker, geeichten Abschwächern, verschiedenen schmalbandigen Filtern (s. Abb. 7 unten) und einem quadratisch anzeigenenden Voltmeter.

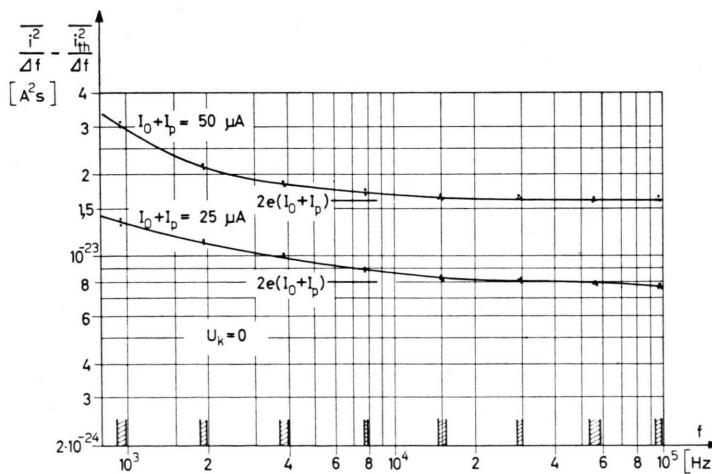


Abb. 7. Rauschstromquadrat (ohne thermisches Rauschen) als Funktion der Frequenz bei konstanter Bestrahlung und für $U_k = 0$.

Der betrachtete Photonenempfänger vermag somit die anfangs gestellten Bedingungen zur Messung des Photonenrauschen zu erfüllen.

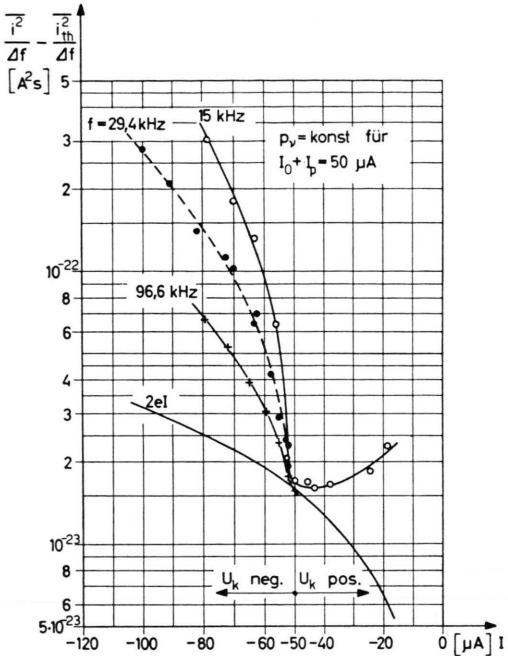


Abb. 9. Rauschstromquadrat als Funktion des Diodengleichstroms bei konstanter Bestrahlung, gemessen für verschiedene Frequenzen.

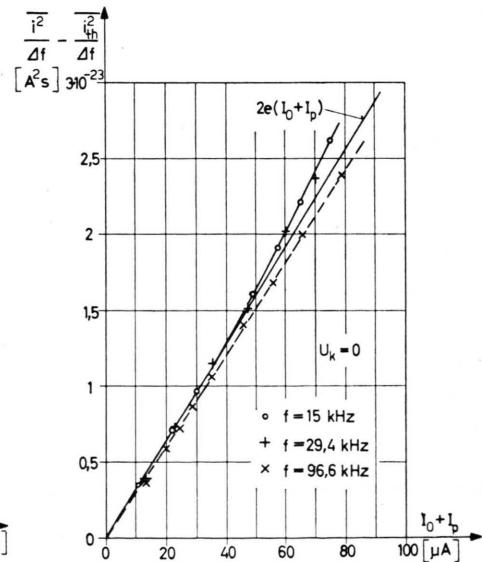


Abb. 8. Rauschstromquadrat als Funktion des Diodengleichstroms mit der Frequenz als Parameter und für $U_k = 0$.

²⁵ G. A. SPESCHA, Experimentelle Untersuchungen über spontane Photonenschwankungen. Diss. E.T.H. Nr. 2952, Zürich 1959.